論理のゲーム

ルイス・キャロル

Last-Modified: 2022/12/10
西牟田祐樹 訳

底本はThe game of logic, Lewis Carroll, Macmillan, 1886.を使用した. ⟨https://archive.org/details/gameoflogic00carrrich/page/n9/mode/2up⟩ (accessed: 2022/12/10). [-]と原文の語句を示す以外の(-)の部分は原文に属するものである. ⟨–⟩括弧の部分は訳者による付加である. 使用されている図表はすべて上記サイトのものを使用した.

1 序文

そこでは猿轡をはめられ縛られた反抗的な論理学が
口角泡を飛ばしていた[1]

このゲームには9つの駒が必要だ – 4つはある色で, 5つは別の色だ. 四つは赤で, 五つは灰色としよう.

九つの駒の他に最低でも一人のプレイヤーが必要だ. これよりも少ない人数で遊べるどんなゲームも私は知らない. しかし, 一人より多くの人数が必要であるゲームはいくつもある. 例えばクリケットであれば, 22人が必要だ. もし君がゲームで遊びたいならば, 22人よりもたった一人のプレイヤーを見つけるのはどんなに簡単だろう. それと同時に, 一人のプレイヤーで足りてはいるが, 二人で一緒に遊び, お互いの間違いを指摘し合えば, もっとずっと楽しくなるだろう.

このゲームが持っている第二の長所は, 楽しみの源は限りないものである上に(このゲームが扱いうる議論の数は無限である), プレイヤーにちょっとした知識も与えてくれることだ. しかし, 君が多くの楽しみを得る限り, このことにどんな害があり得るだろうか.

[1]アレクサンダー・ポープの『愚者列伝』第4巻からの引用.

2 古いランプの代わりに新しいものを

得やすきは失いやすし[2]

2.1 命題

「ある新しいケーキはおいしい.」
「いかなる新しいケーキもおいしくない.」
「すべての新しいケーキはおいしい.」

君のための三つの「命題」がある - このゲームで使うつもりの, たった三つのものだ. そして, 最初にすべきことは, 盤の上でどのようにそれらを表すかを学ぶことだ.

「ある新しいケーキはおいしい」から始めよう.

しかし, そうする前に用語の説明をしなければいけない - それはとても重要で, 全部を一度に理解するのは決して簡単ではない. だからこれはとても注意深く読んで欲しい.

世界は多くの事物(Things)を含んでいる (例えば「パン」, 「赤ん坊」, 「カブトムシ」などなど). そしてそれらの事物は多くの属性を持つ (例えば「焼かれた」, 「美しい」, 「黒い」, 「壊れた」などなど. つまり何らかの事物に「属すると言われる」ものは属性である). 事物に言及したいときには, 名詞を用いる. 属性に言及したい時には, 形容詞を用いる. 「事物はいかなる属性も, それに属すことなしに存在し得るのか」とよく質問される. これはとても難しい問題であり, それには答えようとしないことにする. そういう時は, まったく気にかける価値がなかったのだというように,そっぽを向いて軽蔑したように黙ってやり過ごそう.しかし, もしその人が別の言い方をして, 「属性は帰属する事物がなくても, 存在するのかい」と尋ねるならば, すぐに「いいや, 赤ん坊が誰も世話する人なしには汽車の旅に出かけられないのと同じだよ」と言うだろう. 君は何らかの事物が美しいものであるのでなければ, 「美しい」が空を漂っている, それか床に散らばっているのは見たことがないのだ, そうだろう?

それで今, 私はこの長話で何を言おうと言おうとしていたのだったか. そうだった. 君は“is”あるいは“are”を二つの事物の名前の間に置くだろう (例えば“Some Pigs are fat animal”, ある豚は太った動物である), あるいは二つの属性の名前の間に置くだろう (例えば “Pink is light-red”, ピンクは薄紅色である), どちらの場合でも, この文は完全に意味を持つだろう. しか

[2]“Light come, light go”, 斎藤和英大辞典の訳を使用. 章のタイトル“new lamps for old”は『アラジン』のセリフからの引用.

し, “is”あるいは“are”を事物の名前と属性の名前の間に置くならば, (例えば「ある豚はピンクである」(Some Pigs are pink), 君が話している相手のことを理解していない限り, 完全に意味を伝えることができない (どうやって事物が属性であることができるだろうか). 私が思うに, 最も単純な解釈は次のものである. それは, 名詞が文の末尾に繰り返されていると仮定しよう. なので完全に書き下されるならば, 文は「ある豚はピンクの豚である」(Some Pigs are pink (Pigs))となる. これで語“are”は完全に意味を持つ.

それゆえ, 命題「ある新しいケーキはおいしい」(Some new Cakes are nice) が完全に意味を持つようにするには,「ある新しいケーキはおいしいケーキである」(Some new Cakes are nice (Cakes))の形に, 完全に書き下されると仮定しなければならない. ここで, この文は二つの「項辞」,一方は「新しいケーキ」(New Cakes)であり, 他方は「おいしいケーキ」(nice (Cakes))を含んでいる. 問題となっている「新しいケーキ」の方の項辞は,「主語」と呼ばれ, 「おいしいケーキ」の方の項辞は「述語」と呼ばれる. そしてこの命題は「特称」命題であると言われる. なぜなら, この命題は, その主語全体については語っておらず, その部分についてのみ語っているからである. その他の二つの文[3]は「全称」と言われる. なぜなら, その主語全体について, 語っているからである, 「新しいケーキ」というクラス全体に対して, 一方はおいしさを否定しており, 他方はおいしさを肯定している. 最後にもし語「命題」自体の定義を得たいならば, 次の定義を使おう,「命題とは, 次のことを主張するものである.『主語』と呼ばれる特定のクラスに属する, 事物のあるもの, 何一つないもの, すべてのものが,『述語』と呼ばれる, 特定の他のクラスにも属しているということである.」

君はこれで七つの用語 – 命題, 属性, 項辞, 主語, 述語, 特称, 全称 – が分かっただろう. もし君の友達がたまたま君が論理学を勉強したことがあるかを聞いてきたならば, とても役に立つだろう. これらの七つの用語すべてを君の答えに入れるようにしよう, すると, 君の友達はひどく思い知らされて尻尾を巻いて逃げ出すだろう – 「以前より哀れで賢明な男となった[4]」.

さて, 盤上の小さな図式を見て, 世界中のすべてのケーキのための, カップボードだと考えてくれ (もちろん, それは十分大きなものでなければならないだろう). そして, すべての新しいケーキは, 上半分(‘x’と印をつける)に入れ, それ以外のもの(つまり非-新しいケーキ)すべては, 下半分(‘x’と印をつける)に入れると仮定しよう. なので下半分は, 年配のケーキと, 高齢のケーキと, 大洪水以前 [5]のケーキ – もしあるとすればだが, 私は大

[3] 1.1-冒頭の三つの命題を参照

[4] ‘a sadder and a wiser man.’ コールリッジ『老水夫の歌』からの引用.

[5] ノアの大洪水のこと.

体は自分では見たことがない – 等々を含んでいる.

さらに, すべてのおいしいケーキは, 左半分(‘y’と印をつける)に入っており, それ以外のすべては, 右半分(‘y'’と印をつける)に入っていることも仮定しよう. それでは今はxは「新しい」, x'は「非-新しい」, yは「おいしい」, y'は「非-おいしい」を表すと理解しよう.

それでは, No. 5の区間には, どのような種類のケーキが見つかるだろうと思うだろうか.

No. 5はもちろん, 上半分の部分である. それゆえ, もしその中に何らかのケーキがあるならば, それは新しいものでなければならない. そしてNo.5は左半分の部分である. それゆえおいしいものでなければならない. 従ってもし何らかのケーキが, この区間にあるならば, それは二重の属性「新しいかつおいしい」を持たなければならない. あるいは文字を用いるならば, それは‘xy’でなければならない.

文字x, yは, この区間の二つの角に書かれていることに注目しよう. このことから, 任意の区間でどのような属性が事物に属しているのかを知るためのとても便利な規則が分かるだろう. 例としてNo.7を取り上げよう. もしここに, 何らかのケーキがあるならば, それは‘$x'y$’でなければならない, つまり「非-新しいかつおいしい」でなければならない.

ここで新しい取り決めをしよう, それは区間にある赤い駒は, そこが「埋まっている」ことを表すということだ. つまり, そこにある(some)ケーキが存在する, ということを表す. (論理学における用語‘some’は「一つあるいはそれ以上」を表す. なので区間にある一つのケーキは「ここにある(some)ケーキが存在する」と主張する十分な根拠があるだろう). さらに, 区間にある灰色の駒は, そこが「空」であることを表すとしよう, つまり, その区間にはいかなるケーキも存在しない, ということを表す. 以下の図式では, 赤色の駒を置くことになる場所には, ‘1’ (「一つあるいはそれ以上」を表す)を置き, 灰色の駒を置くことになる場所には, ‘0’(「一つもない」を表す)を置くことにする.

考えている命題の主語は, 「新しいケーキ」であるので, 今のところはすべてのケーキが属性 x, つまり「新しい」を持つカップボードの, 上半分にのみ注目する.

さて, 上半分に注目して, 次のように印がついているのが見えると仮定しよう.

つまり, No. 5に赤い駒がある. 「新しいケーキ」のクラスについて, これは何を教えてくれるだろうか.

この図式は, xy-区間に, あるケーキが存在するということを教えてくれないだろうか. つまり, あるケーキは(両方の区間に属する属性xを持つの

とは他に)属性y(つまり「おいしい」)を持つ. このことを,「あるx-ケーキはy(-ケーキ)である」と言うことで表現しよう. あるいは, 文字の代わりに語を入れて

「ある新しいケーキはおいしい(ケーキ)である」

あるいはより短く,

「ある新しいケーキはおいしい」

と表現しよう.

やっとこの章の最初の命題を, どのように表すかを理解した. もし君が私の言ったことを, 明確には理解していないならば, 先へ進んではならない. 君がちゃんと理解するまで, 何度も何度も読み直そう. この章がいったん理解できた後は,残りの部分すべてもとても簡単に理解できるだろう.

語「ケーキ」を完全に取り除くことに同意するならば, 他の命題を扱う時に, 少し手間が省けるだろう. カップボードを意図している, 事物すべてのクラスを,「宇宙」(Universe)と呼ぶのが便利であると思う. それゆえ「ケーキの宇宙を取り上げよう」と言って, この仕事を始めよう (素敵でしょう).

もちろん, ケーキと同様に, 他の任意の事物も扱えるだろう.「トカゲの宇宙」について, あるいは「スズメバチの宇宙」についてでさえも, 命題を作ることができる(住むのに魅力的な宇宙ではないかい?).

これまでで図式

は「あるxはyである」つまり「ある新しいものはおいしいもの」を表すということを学んだ[6].

これ以上説明しなくても図式

は「あるxはy'である」つまり「ある新しいものは非-おいしい」を表すと君は理解するだろうと思う.

さて灰色の駒をNo. 5に置き, 次の図式の表すものを自問自答しよう.

この図式はy-区間が, 空であることを教えてくれる. この図式を,「いかなるxもyではない」, あるいは「いかなる新しいケーキもおいしくない」と表現しよう. この命題は, この章の冒頭の三つの命題の二番目のものである.

同じ仕方で, 次の命題

は「いかなるxもy'ではない」, あるいは「いかなる新しいケーキも非-おいしい」を表すだろう.

[6]“Some new are nice.” 文脈に応じて名詞を修飾していない形容詞は「〜のもの」と訳すことにする.

はたして, 次の図式を君はどのように解釈するだろうか.

この図式は二重の命題を表す, ということを理解するのに, 君があまり悩まされなければと思う. つまり,「あるxはyである, かつあるxはy'である」, つまり「ある新しいものはおいしい, かつある新しいものは非-おいしい」である.

次の図式は多分もっと難しい.

この命題は,「いかなるxもyではない, かついかなるxもy'ではない」, つまり「いかなる新しいものもおいしいものではない, かついかなる新しいものも非-おいしいものである.」この命題は, もっと興味深い結果「いかなる新しいものも存在しない」, つまり「いかなるケーキも新しくない」を導く. なぜなら, 「おいしい」と「非-おいしい」は, クラス「新しいケーキ」の我々が「網羅的な」分割, と呼ぶものをなすからである. つまり, それら二つは, クラス全体を網羅している. それゆえ, 存在するすべての新しいケーキは, その一方か他方のどちらかで見つからなければならない.

そして, ここで駒で, 「いかなるケーキも新しくない」の矛盾対当である「あるケーキは新しいものである」, あるいは語の代わりに文字を入れて,「あるケーキはxである」を表さなければならないとしたら, どうするだろうか.

この問題は少し難しいだろうと思う. 明らかにカップボードのx-半分のどこかに, 赤い駒を置かなければならない. なぜなら, 新しいケーキが存在することを, 君は知っているからである. だが, その駒を左半分の区間に入れることはできない. なぜなら, そのケーキがおいしいということは, 君は知らないからである. だが右半分の区間にも入れることもできない. なぜなら, それが非-おいしいということは, 君は知らないからである.

それなら, 君はどうするだろうか. 困難から抜け出す最も良い方法は, xy-区間とxy'-区間の間の分割線の上に, 赤い駒を置くことだと思う. このことを私は, (君が赤い駒を置くところに私がいつも‘1’を置くように), 次の図式で表す.

我々の仲間であるご発明なアメリカ人たちが, 例えば「民主党」と「共和党」のような, 二つの党派のどちらかに加わりたがっているが, どちらかは決めかねている人の立場を表現するフレーズを発明した. そのような人は, 「フェンスの上に座っている」と言われる. これがちょうど君が分割線の上に置いた赤い駒の立場である. 赤い駒はNo. 5の見た目が好きで, No. 6の見た目も好きだ. だがどちらに飛び移れば良いのかが分からない. なので愚かな彼は, フェンスの両側で足をぶらぶらさせながら, 跨って座っているのだ.

君にもっとずっと難しい問題をあげよう. 次の図式は, 何を意味するだろうか.

これは明らかに二重の命題だ. この図式は,「あるxはyである」ということだけではなく,「いかなるxもyではない」ということも教えてくれる. それゆえ, その結果は,「すべてのxはyである」, つまり「すべての新しいケーキはおいしい」となる. この命題は, この章の冒頭にある最後の命題である.

これで全称命題

「すべての新しいケーキはおいしい」

は, 同時に取り上げられた, 次の二つの命題からなることが分かる.

「ある新しいケーキはおいしい」

かつ「いかなる新しいケーキも非-おいしい」

同じやり方で, 次の図式は「すべてのxはy'である」, つまり「すべての新しいケーキは非-おいしい」を表すだろう.

さて,「君が私にくれたケーキはおいしい」のような命題は, どのように解釈すればよいだろうか. この命題は特称だろうか, それとも全称だろうか.

「もちろん特称さ」, すぐに君は答える.「たったひとつだけのケーキは“some”(ある)と呼ぶには値しないけどね」.

違うんだ, 早とちりな読者よ. この命題は全称命題だ. ケーキが少ないにしても(これ以上少なくなり得ないことを認めるが), そのケーキは, 君が私にくれたすべてのケーキなのだ. それゆえ, もし(赤い駒のことは置いといて), 私がケーキの宇宙を, 二つのクラスに分割するならば – つまり, 君が私にくれたケーキ(それにカップボードの上半分を割り当てる)と, 君が私にくれなかったケーキ(カップボードの下半分になる)だ – 私は下半分が完全に埋まっており, 上半分はほとんど空であるのが分かる. そして横長の分割を, おいしいケーキは左側で, 非-おいしいケーキは右側であるように, それぞれの半分で表せと言われるときは, 注意して君が私にくれたすべてのケーキを集めて(心の中で時折こう言うだろう,「寛大なお方よ, このようなご恩にどのように報いようか」), 左側の区間に積み上げ始めるだろう. これはすぐに終わるのだが.

ここに君のための別の全称命題がある,「バルジライ・ベカレグは誠実な人である」. この命題は「すべての, 私が今考えている, バルジライ・ベカレグは誠実な人である」を表す. (君は私の創作した名前だと思っただろう, そうだろう? だがそうじゃないんだ. この名前はコーンウォール沿いのどこかで見かけた輸送車についていたんだ.)

この種の全称命題(主語が単一の事物である命題)は「単称」命題と呼ばれている.

さて「おいしいケーキ」を, 命題の主語として取ろう. つまり思考をカップボードの左半分(すべてのケーキが属性y, つまり「おいしい」を持つ)に向けよう.

図式には, 次のように印づけられていたと仮定しよう.

この図式は何を教えてくれるだろうか.

横長の長方形をとても詳しく説明した後なので, 縦長の長方形にはそれほど時間を割く必要はないのではないかと思う.

この図式は, 次の命題を表すことを, 自力で理解して欲しい.

「あるおいしいケーキは新しい」

「でも」きみは言うだろう, 「この場合は前にやったことがあるよ. 赤い駒をNo. 5に置いて, その駒は, 『ある新しいケーキはおいしい』を表すと言ったじゃないか. でも今は, その駒が『あるおいしいケーキは新しい』を表すと言っている. 両方を表すことはできるのかい.」

この質問はとても鋭い質問だ. お手柄だ, 読者よ. この図式は両方を表すことが「できる」. もし君がxを主語として選び取り, No. 5を縦長の長方形の部分とみなすならば, 図式を「あるyはxである」と読むことができる. つまり, 「あるおいしいケーキは新しい」である. これらは全く同じ真理を, 異なる二つの方法で表現しただけである.

これは以上説明せずに, この縦長の長方形が印づけられ得る別の仕方を, それぞれの場合が表すものを加えて書いておこう. これらを様々な場合の横長の長方形と比較することで, 命題をよりはっきりと理解できるのではないかと思う.

この表について, 最初は片方の列を隠して, 次にもう一方を隠してと, 子供達のいう「行ったり来たり」することで自分で試験してみるのはよい案だろう.

それと, 一方はカップボードの下半分であり, 他方は右半分である他の二つの表も, 自力で書き下してみるとよいだろう.

これで, 小さな図式について説明しておかなければならないことはすべて説明したので, もっと大きな図式へと進もう.

もっと大きな図式は, 小さな図式と同じように分割するが, 属性mについても, 二つの部分に分割したようなカップボードが取られる. mは「体に良い」を表すとしよう. すべての体に良いケーキは中央の正方形の内側に置かれ, すべての体に良くないケーキは外側, つまり変な形をした四つの外側の区間の, いずれかに置かれると仮定しよう.

小さな図形で, それぞれの区間のケーキは, 二つの属性を持っていたのとちょうど同じように, より大きな図式の場合には, それぞれの区間のケー

キは三つの属性を持っている. そして, 二つの属性を表している文字が, 区間の角に書かれていたのとちょうど同じように, 三つの場合でも角に書かれる. (m'がそれぞれの四つの角の外側に書かれる, と仮定されることに注意しよう). それゆえ, 区間を見ることで, どのような三つの属性が, 図式の中にある事物に属するかを, すぐに言うことができる. 例えばNo. 12を取り上げよう. このとき, 角でx, y', mを見つける. よって, もしあるとすれば, その中にあるケーキは, 三つの属性$xy'm$を持つことが分かる.つまり, 「新しい, 非-おいしい, かつ体に良いケーキ」である. 今度はNo.16を取り上げよう. このとき角にx', y', m'を見つける. よって, その中にあるケーキは「非-新しい, 非-おいしい, かつ体に良くないケーキ」である(かなり魅力のないケーキだ).

xとy, xとm, yとmを含んでおり, 大きな図式で表され得る, すべての命題を調べ尽くすのは, 時間がかかりすぎるだろう(全部で96個もあるのだ, だから君は許してくれると信じている). なので, 2,3個を実例としてやってみるので満足しなければならない.

上半分を単体で取り上げよう. なので, 主語は「新しいケーキ」である.「いかなる新しいケーキも体に良い」を表すためにはどうしようか.

語の代わりに, 文字で書くと, 「いかなるxもmではない」である. ここで, この命題は, カップボードの上半分に属するいかなるケーキも, 中央の正方形の内側には見つからない, ということを教えてくれる. つまり, No. 11とNo. 12の二つの区間は空である. 明らかに, このことは次の図式で表される.

それでは, 矛盾対当命題である「あるxはmである」を, どのように表そうか. この問題はすでに考えたことがある. 私が最も良いと思う方法は, No.11とNo.12の間の分割線の上に, 赤い駒を置き, このことを, 二つの区間のどちらか一方が埋まっているが, 今のところはどちらであるかは知らない, ということを表していると理解することだ. この命題を, 次の図式で表そう.

さて「すべてのxはmである」を表現しよう.

もう知っているように, この命題は次の二つの命題からなる.

「あるxはmである」かつ「いかなるxもm'ではない」

否定命題の方を最初に表現しよう. この命題は, カップボードの上半分に属するいかなるケーキも, 中央の正方形の外側に見つからないだろう, ということを教えてくれる. つまり, No. 9とNo. 10の二つの区間は空である. このことは明らかに, 次の図式で表される.

しかしまだ, 「あるxはmである」を表現しなければいけない. この命題は, No.11とNo.12からなる長方形にあるケーキが存在することを教えてくれ

る. なので, 前の例のように, No. 11とNo. 12の間の分割線の上に, 赤色の駒を置く. すると, 結果は次のようになる.

さて, いくつか解釈を試してみよう.

xとyについて, この図式をどのように解釈しようか.

この図式はxy'-正方形について, その正方形が完全に空であることを教えてくれる. なぜなら, 両方の区間が, そのように印づけられているからである. xy-正方形については, 埋まっていることを教えてくれる. 確かに, 両方に印がついているのは, 一つの区間だけである. しかし, 他方が埋まっていても, 空であったとしても, 正方形にあるものが存在するという事実を決定するのには, 一つの区間だけでまったく十分である.

次に, もし印を小さい図式に移したならば, m-再分割を取り除くためには, 当然次のように印づける.

この図式はもちろん,「すべてのxはyである」を表している.

もし与えられた長方形が, 次のように印づけられていても, 結果は全く同じになるだろう.

もう一つ問題, xとyについて, この図式をどのように解釈すべきだろうか.

この図式は, xy-正方形と同様に, 区間の一つが空であることを教えてくれる. しかし, この情報は全く役に立たない. なぜなら, 他の区間には何の印もないからである. もし他の区間もたまたま空であったとしたら, 正方形は空となるだろう. そしてもしたまたま埋まっていたとしたら, 正方形は埋まっているだろう. なので, どちらの場合であるかが分からないので, この正方形については, 何も言うことができない.

他の正方形であるxy'-正方形は, 埋まっていることが(前の例と同様に)分かっている.

次に, もし印を小さな図式に移すならば, 単に次の図式のみを得る.

この図式はもちろん,「あるxはy'である」を表している.

これらの原則は, すべての他の長方形に適用され得る. 例えば「すべてのy'はm'である」を表すためには, 右半分の縦長の長方形(属性y'を持つ長方形)を, 次のように印づけなければならない.

そして, もしカップボードの下半分を解釈するように言われたならば, xとyについて, 次のように印づける.

この図式を, 小さな図式に移さなければならない. すると以下のようになる.

そしてこの図式は,「すべてのx'はyである」と読まれる.

命題について, さらに二つの注意をしておかなければいけない.

一つ目は, 「ある」あるいは「すべて」から始まるすべての命題において,「主語」の実在(actual existance)が主張される. もし例えば「すべてのけちん坊は自己中心的である」と私が言ったならば, けちん坊は実際に存在していることを, 私は主張している. もし私がこのように主張することを避けようとして, ケチであることが必然的に, 自己中心的であることを伴うという法則だけを主張しようとするならば, 「いかなるけちん坊も非自己中心的ではない」と私は言わなければならない. この命題はいかなるけちん坊が存在することもまったく主張していないが, もしあるけちん坊が実際に存在するならば, その人は自己中心的だろうということを主張している.

二つ目は, 命題が「ある」または「いかなる」で始まっている時で, 二つ以上の属性を含んでいるときは, それらの属性は自由に並べ替えることができて, 一方の項辞から他方の項辞へと移すことができる, ということである. 例えば, 「あるabcはdefである」は,「あるbfは$acde$である」に並べ替えることができ, それぞれは「ある事物は$abcdef$である」と同等である. 同様に,「いかなる賢く歳をとった人間も, 軽はずみで向こう見ずな博徒ではない」は「いかなる軽はずみで歳をとった博徒も, 賢く向こう見ずではない」のように並べ替えることができる. それぞれの命題は,「いかなる人間も, 賢く歳をとった軽はずみで向こう見ずな博徒ではない」と同等である.

3　三段論法

さて, 異なる3つの属性に従って, 事物の宇宙を, 3つの仕方で分割すると仮定しよう. それら3つの属性から, 3つの異なる組を作り上げよう(例えば, もし3つの属性がa, b, cならば, 3つの組ab, ac, bcを作り上げる). さらに, それら3つ組のうち, 2つを含んでいるような, 2つの命題が与えられ, それらから, 3番目の組を含んでいる, 3番目の命題を証明できると仮定しよう(例えば, もしm, x, yに宇宙を分割し, 2つの組mxとmyを含んでいる2つの命題, 「いかなるmもx'ではない」と「すべてのm'はyである」が与えられたならば, それらから, xとyを含んでいる3番目の命題を, 証明することができるだろう).

そのような場合には, 与えられた[二つの]命題を,「前提」と呼び, 3番目の命題を,「結論」と呼び, 3つの命題全部の集まりを,「三段論法」と呼ぶ.

明らかに, 1つの属性は両方の前提に現れていなければならない. あるいは1つの属性は1つの前提のみに現れており, その反対がもう1つの前提に現れていなければならない.

1番目の場合では(例えば前提が「あるmはxである」と「いかなるmもy'ではない」であるとき), 2回現れる項辞は「中名辞」(“the Middle term”, 媒概

念)と呼ばれる. なぜならこの名辞はある種の他の2つの項辞を繋ぐ働きをするからである.

2番目の場合では(例えば前提が「いかなるmもx'ではない」と「すべてのm'はyである」の場合)互いに反対である属性を含む2つの項辞も「中名辞」と呼ばれ得る.

それゆえ1番目の場合には「m-事物」のクラスが中名辞であり, 第2の場合では「m-事物」と「m'-事物」の二つのクラスが中名辞である.

中名辞に現れている属性は結論では消える. そのような属性は「除去される」と言われる. これは文字通り「蚊帳の外に置かれている」(turned out of doors).

では次の2つの前提から結論を引き出してみよう.

「ある新しいケーキは体に良くない;

いかなるおいしいケーキも体に良くない」

駒でこれらの命題を表現するためにケーキを新しさ, おいしさと体に良さの3つの異なる仕方で分割する必要がある. そのためにxが「新しい」を表し, yが「おいしい」を表し, mが「体に良い」を表している大きな図式を用いなければならない. (中央の正方形の内側にあるすべてのものは属性mを持つことが仮定され, 外側にあるすべてのものは属性m'である, つまり「非-m」であることが仮定される).

mは中名辞に現れる属性を表すという規則を適用しよう(“middle”はmから始まるので記号としてmを選んだ).

さて2つの前提を表現するときに, 私は否定命題(「いかなる」から始まる命題)から始める方が良いと思う. なぜなら灰色の駒はいつも置かれた場所が確定しており, 移動し得る場所についての少しの不確実さがある赤色の駒の場所を確定する助けとなるからである.

それでは「いかなるおいしいケーキも体に良くない(ケーキ)である」つまり「いかなるy-クラスもm'-(クラス)である」を表現しよう. この命題はカップボードのy-半分に属しているいかなるケーキもm'-区間(つまり中央の正方形の外側にある区間)にあることを教えてくれる. それゆえNo. 9とNo. 15の2つの区間は両方とも「空」である. それゆえそれぞれの区間に灰色の駒を次のように置かなければならない.

さてもう一方の前提である「ある新しいケーキは体に良い(ケーキ)である」つまり「あるx-ケーキはm'-(ケーキ)である」を表現しなければならない. この命題はカップボードのx-半分にあるケーキのあるものはm'-区間にあるということを教えてくれる. それゆえNo. 9とNo. 10の二つの区間の一方は埋まっている. そして二つの区間のどちらに赤い駒を置くのか

は言われていないが, 通常の規則では二つの区間の間の分割線上に駒を置くことになる. しかし今の場合ではもう一方の前提はNo. 9が空であることを主張していることにより, 問題は解決されている. それゆえ赤い駒は選択の余地がなくNo. 10へと行かなければならない. それゆえ次のようになる.

ではこの情報によってxとyのみに関してでmが取り除かれているような命題を得るためにどの駒を小さな図式に置くことができるだろうか. 4つの区間を一つずつ取り上げてみよう.

最初はNo. 5である. この区間について知っているすべてのことはその外側の部分は空であるということである. だがその内側の部分については何もしらない. それゆえ正方形は空かもしれない. あるいは正方形は何かを含むかもしれない. どっちだが誰がわかるだろうか. なのでこの正方形にはどの駒も置かないことにする.

No. 6はどうだろうか. こちらの方がより状況が良い. No. 6には何かが存在することを知っている. なぜならその外側の部分に赤い駒があるからである. 内側の部分は空であるか埋まっているかのどちらであるか知らないということは真である. だがそのことが何か問題だろうか. 正方形の一つの角にあるたったひとつだけのケーキは「この正方形は埋まっている」と主張するためと赤色の駒で印づけるための完全に十分な理由となる.

No. 7についてはNo. 5と同じ状況にある – 片方は空であることがわかっている. しかしもう一方が空であるのか埋まっているのかが分からない. なのでこの正方形を印づけないことにする.

No. 8については単に何の情報もまったくない.

結果は次のものである.

これより結論はxy'-正方形に赤い駒が存在するというややちっぽけな情報の断片が取り出されたものでなければならない. それゆえ結論は「あるxはy'である」つまり「ある新しいケーキは非-おいしい(ケーキである)」あるいはもし主語としてy’を取る方を選べば「ある非-おいしいケーキは新しい(ケーキである)」となる. ただ前者の結論の方がよりきれいに見える.

では三段論法全体を記号“∴”を使い簡潔さのために命題の最後の語「ケーキ」を省いて書き下そう.

「ある新しいケーキは体に良くない;

いかなるおいしいケーキも体に良くない.

∴ 新しいケーキは非-おいしい.」

これで君は最初の「三段論法」をうまく解いたのだ. おめでとうと言わせてくれ, そしてこれが長く輝かしい一連の同じような勝利の幕開けに過ぎないという希望を述べさせてくれ.

もう一つ別のさっきのものよりも少し難しい三段論法を解いてみよう. そうすれば君は安心して自力で, あるいは(この方が良いが)君が見つけることができた遊び方を知っており一緒に遊ぶ気がある友達とゲームで遊べるようになると思う.

次の2つの命題をどのように解釈できるかを見てみよう.

「すべてのドラゴンは利口ではない;

すべてのスコットランド人は利口である.」

私は前提が事実であると認めているのではないということを覚えていてほしい. 第一に私はドラゴンを見たことがない. 第二に論理学者としては前提が真であるか偽であるかどうかは少しも我々にとって重要ではないのである. 我々がすべきすべてのことは前提が論理的に結論を導くかどうかを解くことである. それゆえもし前提が真であるならば, 結論も同様に真であるだろう.

明らかに今は「ケーキ」を使うのを諦めなければならない. そうじゃないとカップボードは役に立たなくなる. 宇宙としてドラゴンとスコットランド人を含んでいるであろうある事物のクラスを取ろう. このクラスを「動物」と呼ぼうか? そして「利口」については明らかに「中名辞」に属している属性である. mは「利口」を表し, xは「ドラゴン」を表し, yは「スコットランド人」を表すとしよう. それゆえ完全に書かれた2つの前提はつぎのものである.

「すべてのドラゴン-動物は利口(な動物)である;

すべてのスコットランド人-動物は利口(な動物)である.」

これらの命題は語の代わりに文字を使うと次のようになる.

「すべてのxはm'である;

すべてのyはm'である.」

第一前提はすでに知っているように二つの部分からなる.

「あるxはm'である」,

かつ「いかなるxもmではない」

そして第二前提も同様に二つの部分からなる.

「あるyはmである」,

かつ「いかなるyもm'ではない」

否定命題である部分を先に取り上げよう.

それではより大きな図式に第一に「いかなるxもmである」を, 第二に「いかなるyもm'である」を印づけなければならない. より詳しい説明がなくても君は次のことがわかるだろうと思う. 二つの結果はそれぞれ次の図式であり,

これら二つの図式が結合されたとき, 次の図式ができる.

次に二つの肯定命題である部分「あるxはm'である」と「あるyはmである」を印づけなければならない.

xy' である事物のために使える区間はNo. 9とNo. 10の二つだけである. これらについてNo. 9はすでに空と印づけられている. なので赤い駒はNo. 10に行かなければいけない.

同様にymのために使える区間はNo.11とNo.12の二つだけである. これらについてNo. 11はすでに空と印づけられている. なので赤い駒はNo. 13に行かなければいけない.

最終的な結果は次のようになる.

それではどれだけのこの図式の情報が有効に小さな図式へと移され得るだろうか.

四つの区間を一つずつ取り上げてみよう.

No. 5についてはどうだろうか. この区間は完全に空であることが分かる. (なのでこの区間を灰色の駒で印づける.)

No. 6についてはどうだろうか. この区間は埋まっていることが分かる. (なのでこの区間を赤い駒で印づける.)

No. 7についてはどうだろうか. No. 6と同様である.

No. 8についてはどうだろうか. 何の情報もない.

このように小さな図式はかなりたくさん印づけられている.

それではこの図式からどのような結論を読み取ることができるだろうか.

そうだね, このようにたくさんの情報を一つの命題に詰め込むのは不可能だ. 今回は二つの命題で満足しなければならない.

第一にxを主語として取ることで, 命題「すべてのxはy'である」を得る.

つまり「すべてのドラゴンは非-スコットランド人である」.

第二にyを主語として取ることで, 命題「すべてのyはx'である」を得る.

つまり「すべてのスコットランド人は非-ドラゴンである」.

次に二つの前提とブレースで繋がれた[二つの]結論をまとめて描き下そう.

「すべてのドラゴンは利口ではない;

すべてのスコットランド人は利口である.

∴ すべてのドラゴンは非-スコットランド人である;

すべてのスコットランド人は非-ドラゴンである」.

この章の結論として次のことを説明しておく. 君はもしかしたらいかなる事物の存在も全く仮定していないような論理学の著作を目にしたことがあるかもしれない. このような著作では「あるxはyである」は「属性xとyは整合的である. それゆえある事物は両方の性質を同時に持つ」を表すと理解され,「いかなるxもyではない」は「属性xとyは不整合である. それゆえどのような事物も両方の性質を同時には持たない」を表すと理解される.

そのような著作での命題は我々の『論理のゲーム』にある命題とはかなり違った意味を持つ. なので何が違うのかを正確に理解しておくのが良いだろう.

最初に“Some x are y”を取り上げよう. ここで我々は“are”は「現実の事実としてのare(〜である)」を意味するものとして理解している. このことは明らかにあるx-事物が存在することを含意している. しかし彼ら(それら他の著作の著者たち)は“are”は“can be”(あり得る)を意味するものとして理解している. よって彼らの“are”は我々のものよりもより少ないことしか意味していない. 我々の“are”の意味は彼らのものを含む(なぜなら明らかに“Some x are y”は(“Some x can be y”を含む). しかし彼らの“are”は我々のものを含まない. 例えば“Some Welsh hippopotami are heavy” (あるウェールズのカバは重い)その著者たちによれば真であり得る(なぜなら属性「ウェールズの」と「重い」はカバについて完全に整合的だからである). しかしこの命題は私たちのゲームでは偽であるだろう(なぜならいかなる重いものである(to be heavy)ウェールズのカバも存在しないからである.)

第二に「いかなるxもyではない」を取り上げよう. ここで我々は“are”は「現実の事実としてのare(〜である)」を意味するものとしてのみ理解している. このことはまったく“No x can be y” (いかなるxもyである得る)ということを含意しない.

しかし彼らはこの命題は「いかなるxもyではない」ということだけではなく,「いかなるxもyではあり得ない」ということも表すものだと理解している. なので彼らの命題は我々のものよりもより多くのことを意味している. 彼らの命題の意味は我々のものを含んでいる. 例えば命題「いかなる警察も8フィートの背丈はない」は我々のゲームでは真であるだろ

う(なぜなら実際の事実としてそんなに立派な背丈である人の実例は見つかっていないからである). しかしこの著者たちによればこの命題は偽であるだろう(なぜなら属性「警察権力に属している」と「8フィートの背丈がある」は完全に整合的だからである). ローランド・マカッサルのオイルを十分に塗れば警察官がその背丈に成長することを妨げるものは何もない – 髪に塗れば髪が伸びると言われている, だからもちろん警察官に塗れば警察官が伸びるだろう.

第三に「すべてのxはyである」を取り上げよう. この命題は二つの部分命題「あるxはyである」と「いかなるxもy'ではない」からなる. ここで明らかに一番目の部分命題では彼らの命題は我々のよりもより少ないものを意味しており, 二番目の部分命題ではより多くのものを意味している. しかしこれら二つの影響は互いに釣り合わない – 煙突の一つが取り壊された事に対して特別な玄関を作ってやることでその人を慰めることができるのとおんなじである.

もし君がこの種の三段論法に出くわしたら, 私が君に教えたシステムによってとても簡単にそれを解くことができるだろう. ただ“are”が“are capable of being”を意味するとしなければならないだけで, すべてうまくいくだろう. よって「あるxはyである」は「あるxはyであり得る」つまり「属性x, yは整合的である」となるだろう. そして「いかなるxもyではない」は「いかなるxもyではあり得ない」つまり「属性x, yは不整合である」となるだろう. そして明らかに「すべてのxはyである」は「あるxはyであり得る, かついかなるxもy'ではあり得ない」つまり「属性x, yは整合的である, かつ属性x, y'は不整合である」となるだろう. このシステムに対して図式を使うときは赤い駒は「この区間に何かが存在し得る」を表すものであり, 灰色の駒は「この区間にはいかなるものも存在し得ない」を表すものであることを理解しておかなければならない.

4 誤謬

論理学の実生活での主な用途は使える前提から結論を導出することと他の人が導出した結論が正しいかを確かめることだと君は思わないかい. 私はそうでありさえすればなぁと思う. 社会はもっと混乱や他の過ちに陥ることはなくなるだろうしもし世界中に放送でばらまかれる議論が大多数であれ正しいものであるなら, 特に社会的な生活は完全に違ったものになるだろう. でも現実は真逆なのではないかと思う. 新聞や雑誌を読んでいるときに見かける一組の前提(論理的な結論を導く組を意図している)に対して, 君はいかなる結論へも導かない推論をおそらく5個は見つけるだろう. そして著者が正しい結論を引き出したい一つの実例に対して前提が利用可能であったとしても, 著者が間違った結論を引き出している推論は

おそらく10個はあるだろう.

第一の場合は君は「前提が虚偽である」と言い, 第二の場合は「結論が虚偽である」と言うだろう.

君が気がつくだろうこのゲームが君に教えてくれる論理的スキルの主要な用途は次の二つの種類の「誤謬」を見抜くことである.

最初の種類の誤謬である「虚偽の前提」は大きな図式で前提を印づけた後に,印を小さな図式に移そうとする時に見抜くことができるだろう. 四つの区間を一つずつ取り上げ順番にそれぞれ「ここにはどの印が置けるだろうか」と質問しよう. そしてすべての区間で答えが「何の情報もない」となる場合はいかなる結論も存在しないということを示している.

「すべての兵士は勇敢である;

ある英国人は勇敢である.

∴ ある英国人は兵士である.」

例えば上の推論はとても三段論法のように見え, 経験の浅い論理学者は簡単に騙されるだろう. しかし君はこんなトリックには引っかからないだろう. 君はただ前提の駒を置き, 「虚偽の前提である」と静かに述べよう. 君はどのような結論を著者が引き出すと公言していたのかを恩着せがましくも尋ねはしないだろう – その結論が何であれ, それは間違っているに違いないことを知っているからだ. 君はこう言う賢い母親と同じくらい危なげがなくなるだろう, 「マリー, ちょっと子供部屋に行って赤ん坊が何してるか見てきて, そんでしちゃダメって言っといて」.

他の種類の誤謬は「虚偽の結論」である. 君は⟨大きいものと小さいものの⟩両方の図式を記しづけて正しい結論を読み取ってそれを著者が引き出した結論と比較するまで⟨正しいかどうかは⟩見抜くことができないだろう.

でも正しい結論と同じではないからというだけで「虚偽の結論だ」と言ってはならないことに注意しよう. その結論は正しい結論の部分でありある程度までは十分に正しいのかもしれない. こんな場合は同情の笑みを浮かべて「不完全な結論だ」と注意しておこう. 例えば君が次の三段論法に出くわしたと仮定しよう.

「すべての非自己中心的な人は気前がいい;

いかなるしみったれも気前が良くない.

∴ いかなるしみったれも非自己中心的ではない.」

この三段論法の前提は次のように文字で表現され得る.

「すべてのx'はmである;

いかなるyもmではない.」

この時正しい結論は「すべてのx'はy'である」(つまり「すべての非自己中心的な人はしみったれではない」)となるだろう. 一方で著者が引き出した結論は「いかなるyもx'である」である(この命題は「いかなるx'もyである」と等しい. それゆえ「すべてのx'はy'である」の部分である). ここで君は単に「不完全な結論だ」と言おう. もし君がお菓子屋に働いていて, 少年が入ってきて2ペンスを置き, 意気揚々と菓子パンを携え進軍してきたとしたら同じようなことが起こるだろう. 悲しげに首を横に振り「足りないよ, かわいそうな坊や」と言おう. もしかしたら君はカウンターの奥にいる若い女性に少年が払って置いるだけでパンを食べさせても良いかを尋ねても, その女性が「ダメだよ」と答えるかもしれないからだ.

しかし上の例でもし著者が「すべてのしみったれは自己中心的である」(つまり「すべてのyはxである」)という結論を引き出したとしたら, この結論は著者の正当な権利を超え出ているだろう (なぜならこの結論は前提に含まれていないyの存在を主張しているだろうからである). そしたら君はとても適切に「虚偽の結論だ」と言うことができる.

さて君が論理学の他の著作を読むと様々な種類の(いわゆる)誤謬に出くわすだろう. だがそれらは決して常に誤謬であるわけではないのだ. 例えばもし君がそれらの論理学者の前に次の前提の組を置き,

「いかなる誠実な人も騙さない;

いかなる不誠実な人も信用できない.」

どのような結論が導かれるかを尋ねるとしたら, おそらく「何一つ生じないよ. 君の前提は二つの異なる規則を破っている. なので結論も前提と同じくらい虚偽である.」君は「結論は「いかなる騙す人も信用できない」だよ」というほど大胆だったとしよう. 君の論理学の友達はおそらく怒って, あるいはおそらくただ軽蔑して君の元を急いで去っていくのではないかと私は心配している. どちらにせよこの結果はよくないだろう. そのようなことはやろうとしないようにと君にアドバイスしておく.

「でも何でだい」君は言うだろう.「そんな論理学者はみんな間違ってると言ってくれないのつもりなのかい」. そうじゃないんだ, 読者よ. 彼らの立場からは, 彼らの考えは完全に正しいんだ. だが彼らは自分たちのシステムにすべての三段論法の可能な形式のようなものは含めていないのである.

彼らは否定辞から始まる属性にある種の神経質な恐れを抱いている. 例えば「すべてのnot-xはyである」や「いかなるxもnot-yである」のような命題は完全に彼らのシステムの埒外である. それゆえ(まったくの神経質さから)多くのとても有用な形式を除外することで, 彼らが許容した少数の

形式にはとてもよく当てはまるが, 君がすべての可能な形式を考える時にはまったく役に立たないような規則を彼らは作り出したのである.

これらのことについては言い争わないようにしよう,読者よ.僕らと彼ら両方のために,世界には十分な余地がある.僕らは静かにより広い方のシステムを採用しよう.もし彼らがこれらの有用な形式全てに目を閉ざし,「あんなのは三段論法でも何でもないさ」と言うことを選ぶとしても,僕らはただ黙って眺めて,彼らが運に身を任せるままにしよう.君が運に身を任せることほど危険なことはほとんどない.ほとんど害はなく,ジャガイモ畑やいちご畑はなすがままに任せてもいい.庭をなすがままに任せてもいい(現場監督はおらず,ローンで建てられた新しい家でなければだ),無謀な企ても切り抜けるられるかもしれない.でももし君が一度運命をなすがままに任せたら,君はツケを払うわなければならない.